

Свободные и бесплатные программы для создания математических сайтов

Алексеев Е.Р., Дёмин П.

Киров, Вятский государственный университет,
кафедра прикладной математики и
информатики

www.1aer.ru, alekseev@teacher.dn-ua.com,
Ealekseev@gmail.com

Особенности математических сайтов

- Формулы;
- Графики;
- Расчёты.

Вставка формул в веб-страницу

- 1.Использование MathML;
- 2.Использование приложений для генерации графических изображений с формулами;
- 3.Использование библиотек JavaScript для вставки в html-код формул LaTeX.

Метод градиента

Рассмотрим систему линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \quad (1)$$

Обозначим через $A = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0n-1} \\ a_{10} & a_{11} & \dots & a_{1n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-10} & a_{n-11} & \dots & a_{n-1n-1} \end{pmatrix}$ матрицу коэффициентов системы

(1), через $b = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_{n-1} \end{pmatrix}$ – столбец ее свободных членов, через $x = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \dots \\ x_{n-1} \end{pmatrix}$ – столбец из

неизвестных (искомый вектор). Тогда система (1) может быть записана в матричном виде

$$Ax = b.$$

Зададим вектор начального приближения x^0 .

Очередное приближение рассчитываем по формуле

$$x^{p+1} = x^p - \mu_p \cdot A^T \cdot r_p, \quad (2)$$

где

$$r_p = A \cdot x^p - b \quad \text{– невязка и}$$

$$\mu_p = \frac{(r_p, A A^T r_p)}{(A \cdot A^T \cdot r_p, A \cdot A^T \cdot r_p)}.$$

Расчёт по формуле (2) будем продолжать до тех пор, пока максимальное значение вектора невязки $|r_p|$ будет больше ϵ .

1 Метод градиента

Рассмотрим систему линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \quad (1)$$

Обозначим через $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & a_{nn} \end{pmatrix}$ - матрицу коэффициентов системы (1), через $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ b_n \end{pmatrix}$ - столбец ее свободных членов и через

$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}$ - столбец из неизвестных (искомый вектор).

Тогда система (1) может быть записана в матричном виде $A \cdot x = b$.

Зададим вектор начального приближения x^0 . Очередное приближение рассчитываем по формуле

$$x^{p+1} = x^p - \mu \cdot A^T \cdot r_p, \quad (2)$$

где $r_p = A \cdot x^p - b$ - невязка и

$$\mu = \frac{(r_p, A \cdot A^T \cdot r_p)}{(A \cdot A^T \cdot r_p, A \cdot A^T \cdot r_p)}.$$

Расчёт по формуле (2) будем продолжать до тех пор, пока максимальное значение вектора невязки будет больше ε .

Использование MathML

- Встраивание формулы на языке MathML (долго, объёмный код, сложно искать ошибки);
- Специализированные приложения, которые генерируют MathML код:
 - LibreOffice Math;
 - Расширение FireMath.

LibreOffice Math

The screenshot displays the LibreOffice Math application window titled "f1.mml - LibreOffice Math". The interface includes a menu bar (Файл, Правка, Вид, Формат, Сервис, Окно, Справка), a toolbar with various icons, and a main workspace. On the left, there is a panel for "Унарные/бинарные операторы" (Unary/Binary operators) with various mathematical symbols. On the right, there is a panel for "Элементы" (Elements) with various mathematical symbols and functions.

The main workspace contains a system of linear equations:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Below the equations, the MathML code is visible:

```
left lbrace stack{a_{11} x_1 + a_{1 2} x_2 + ... + a_{1 n} x_n = b_1 , # a_{2 1} x_1 + a_{2 2} x_2 + ... + a_{2 n} x_n = b_2 , # ... # a_{n 1} x_1 + a_{n 2} x_2 + ... + a_{n n} x_n = b_n} right none
```

At the bottom of the window, the file name is "f1" and the file type is "MathML 1.01 (.mml)". There is a checkbox for "Автоматическое расширение" (Automatic extension) which is checked.

Расширение FireMath (MathML, png, jpeg)

The screenshot displays the FireMath software interface. At the top, there is a menu bar with 'File', 'Edit', and 'Help'. Below the menu bar is a toolbar containing various mathematical symbols and functions, organized into categories: 'Func', 'Identifrier', 'Op', and 'Text'. The symbols include powers (x^2, x^{-1}), roots (\sqrt{x}), and other mathematical notations. Below the toolbar is a large, empty input field with a red border, intended for entering mathematical expressions. At the bottom of the interface is a code editor showing the following MathML code:

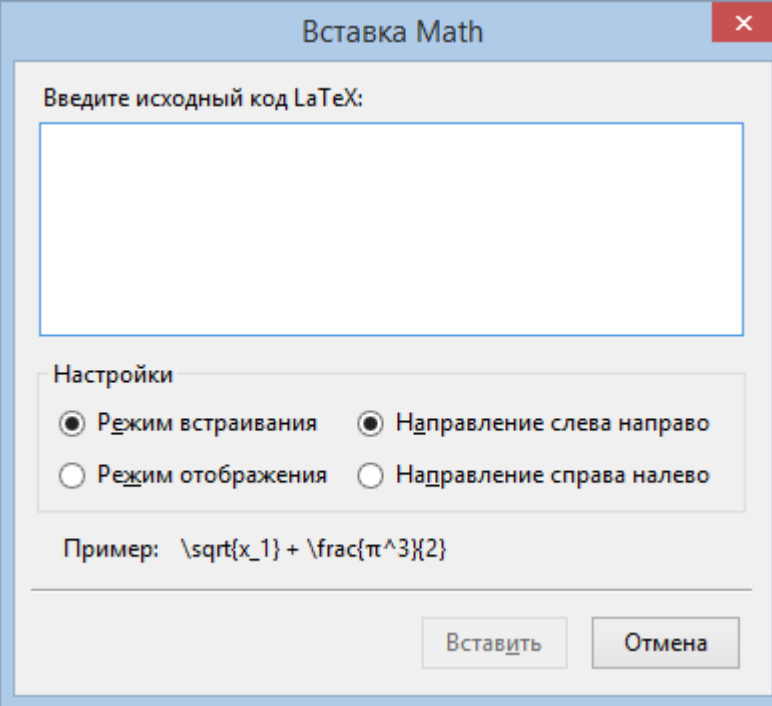
```
<math display="block">
<mrow>
</mrow>
</math>
```


Особенности использования LibreOffice Math

- Преимущества
 - удобно набирать формулы;
 - всем известный интерфейс;
 - можно сохранять формулы в двух форматах.
- Недостатки
 - отдельное приложение;
 - нет экспорта в графические форматы.

Mozilla SeaMonkey

Вставить Math



Вставка Math

Введите исходный код LaTeX:

Настройки

Режим встраивания Направление слева направо

Режим отображения Направление справа налево

Пример: $\sqrt{x_1} + \frac{\pi^3}{2}$

Вставить Отмена

Метод градиента

Рассмотрим систему линейных алгебраических уравнений вида.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \quad (1)$$

Обозначим матрицу коэффициентов системы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & a_{nn} \end{pmatrix}$, через $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ b_n \end{pmatrix}$ – столбец свободных членов, и через $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}$ – столбец из неизвестных (искомый вектор).

Тогда система (1) может быть записана в матричном виде $Ax=b$.

Зададим вектор начального приближения x^0 .

Очередное приближение рассчитываем по формуле

$$x^{p+1} = x^p - \mu \cdot A^T \cdot r_p,$$

где $r_p = A \cdot x^p - b$ – невязка, и коэффициент $\mu = \frac{(r_p \cdot A \cdot A^T \cdot r_p)}{(A \cdot A^T \cdot r_p \cdot A \cdot A^T \cdot r_p)}$.

Расчёт по формуле будем продолжать до тех пор, пока максимальное значение вектора невязки r_p будет больше точности ε .

Opera, IE

Метод градиента

Рассмотрим систему линейных алгебраических уравнений вида.

$$\left\{ \begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ &\dots \\ &a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Обозначим матрицу коэффициентов системы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$, через $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$ – столбец ее свободных членов, и через $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ – столбец из неизвестных (искомый вектор). Тогда система (1) может быть записана в матричном виде $Ax = b$.

Зададим вектор начального приближения x^0 .

Очередное приближение рассчитываем по формуле

$$x^{p+1} = x^p - \mu \cdot A^T \cdot r_p,$$

где $r_p = A \cdot x^p - b$ – невязка, и коэффициент $\mu = \frac{\langle r_p, A \cdot A^T \cdot r_p \rangle}{\langle A \cdot A^T \cdot r_p, A \cdot A^T \cdot r_p \rangle}$.

Расчёт по формуле будем продолжать до тех пор, пока максимальное значение вектора невязки r_p будет больше точности ϵ .

Метод градиента

Рассмотрим систему линейных алгебраических уравнений вида.

$$\left\{ \begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ &\dots \\ &a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Обозначим матрицу коэффициентов системы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$, через $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$ – столбец свободных членов, и через $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ – столбец из неизвестных (искомый вектор).

Тогда система (1) может быть записана в матричном виде $Ax = b$.

Зададим вектор начального приближения x^0 .

Очередное приближение рассчитываем по формуле $x^{p+1} = x^p - \mu \cdot A^T \cdot r_p$, где $r_p = A \cdot x^p - b$ – невязка, и коэффициент $\mu = \frac{\langle r_p, A \cdot A^T \cdot r_p \rangle}{\langle A \cdot A^T \cdot r_p, A \cdot A^T \cdot r_p \rangle}$.

Расчёт по формуле будем продолжать до тех пор, пока максимальное значение вектора невязки r_p будет больше точности ϵ .

MathML. Проблемы.

- Громоздкий код;
- Работает только в Mozilla Firefox (местами Google Chrome).

Автоматическое создание рисунков с формулами

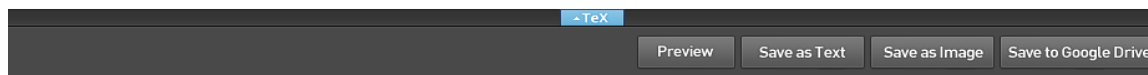
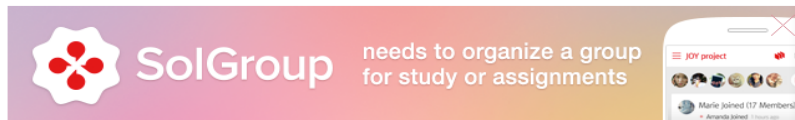
- расширение Google Chrome – Daum Equation Editor;
- приложение Google (TeX equation);
- Formula Tex (бесплатное приложение из магазина Microsoft для Windows 8);
- Визуальные on-line редакторы формул (<http://primat.org/editor/redaktor.html> , <http://www.codecogs.com/latex/eqneditor.php> , <http://www.astronet.ru/db/latex2gif> , <http://ru.numberempire.com/texequationeditor/equationeditor.php>), которые генерирует формулу в формате LaTeX и графический файл в формате gif;
- Сайт mathurl.com;
- Использование математических приложений, которые генерируют математические формулы (WolframAlpa, SmathStudio);
- Существует приложение на Perl TextoGif (<http://www.fourmilab.ch/webtools/textogif/textogif.html>), которое преобразовывает формулу в формате Tex в графический файл (png, gif).

Daum Equation Editor

http://s1.daumcdn.net/editor/fp/service_nc/pencil/Pencil_chromestore.html (Latex, png)



$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$



Особенности Tex Equation Editor (приложение Google)

- <http://atomurl.net/math/>;
- Визуальный редактор формул;
- Генерирует Latex код;
- Генерирует ссылку в Сети на png-файл;
- Можно загрузить png-файл;
- При использовании приложения пользователь зависит от политики Google.

Formula TeX

- Проприетарное бесплатное приложение из магазина Microsoft

Formula TeX

Please introduce your formula:

`a_{11}x_1+a_{11}x_2+...+a_{1n}x_n=b_1`

Generate

$$a_{11}x_1 + a_{11}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

Formula copied to the clipboard

Copy

Особенности Formula TeX

- Своеобразный синтаксис;
- Плохая поддержка многострочных формул;
- Генерирует изображение, которое можно скопировать в буфер.

On-line редакторы формул

- <http://primat.org/editor/redaktor.html>;
- <http://www.codecogs.com/latex/eqneditor.php>;
- <http://www.astronet.ru/db/latex2gif>;
- <http://ru.numberempire.com/texequationeditor/equationeditor.php>.

<http://www.codecogs.com/latex/eqneditor.php>

- Редактор формул;
- Генерирует gif-файл;
- Html-код для вставки формулы в web-страницу.

Mathurl.com

- Online LaTeX редактор формул, который генерирует изображение формулы, его адрес в сети;
- Шаблоны отдельных элементов формулы LaTeX;
- Сайт перегружен.

Mathurl.com

mathURL live equation editing · permanent short links · LaTeX+AMS input

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

```
\left \{\ \begin{aligned} & a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = b_1 , \\ & a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = b_2 , \\ & \dots \\ & a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n = b_n \end{aligned} \right.
```

- layout
- letters and symbols
- operators and relations
 - × ÷ √ ± ∓ ∇ ∂
 - √ ∑ ∏ ∫
 - ≠ ≤ ≥ ~ ≈ ≡ ≐ ≑ ≒ ≓ ≔ ≕ ≖ ≗ ≘ ≙ ≚ ≛ ≜ ≝ ≞ ≟ ≠
 - ∈ ∉ ⊂ ⊃ ⊆ ⊇ ∩ ∪ ∖
 - ∧ ∨ ⊗ ⊗
- punctuation and accents
- functions
- formatting
- common forms

make mathURL format as:

clear input

Утилита textogif

- <http://www.fourmilab.ch/webtools/textogif/> ;
- Написана на perl;
- Release 1.1 (November 2003), Release 1.0 (May 1995);
- Преобразует формулу из TeX в gif- или png-файл.

Синтаксис утилиты `textogif`

`textogif [options] file.tex`

Options

`-gif`

`-png`

`-help`

`-dpi n`

Использование JS библиотеки jsMath

- <http://www.math.union.edu/~dpvc/jsMath/> ;
- Страница с примерами
<http://www.math.union.edu/~dpvc/jsMath/examples/welcome.html> .

Подключение библиотеки

```
<script src="путь к jsMath/jsmath/easy/load.js"></script>
```

```
<body>
```

```
$$
```

Формула LaTeX

```
$$
```

```
</body>
```

Пример использования библиотеки jsMath

```
<script src="jsmath/easy/load.js"></script>
```

```
<body>
```

Система линейных алгебраических уравнений имеет вид

```
$$
```

```
\left \{ \begin{aligned} & a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = b_1, \\ & a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = b_2, \\ & \dots \\ & a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n = b_n \end{aligned} \right.
```

```
& a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = b_2, \\ & \dots \\ & a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n = b_n \end{aligned} \right.
```

```
& \dots \\ & a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n = b_n \end{aligned} \right.
```

```
& a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n = b_n \end{aligned} \right.
```

```
$$
```

```
</body>
```

Система линейных алгебраических уравнений имеет вид

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Библиотека MathJax

- Официальный сайт <http://www.mathjax.org/>

```
<head>
```

```
<meta charset="utf-8">
```

```
<title>MathJax</title>
```

```
<script
```

```
src="http://cdn.mathjax.org/mathjax/latest/MathJax.js?config=TeX-AMS-MML_HTMLorMML">
```

```
</script>
```

```
</head>
```

```
<body>
```

```
<p>При  $(a \neq 0)$  получается два корня уравнения  $(ax^2 + bx + c = 0)$ ,
```

```
для нахождения которых используют формулу
```

```

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

```

```
</body>
```

Библиотека MathJax

```
src="http://cdn.mathjax.org/mathjax/latest/MathJax.js?config=TeX-AMS-MML_HTMLorMML"
```

может быть заменён на локальный путь

```
<script
src="mathjax/MathJax.js?config=TeX-AMS-MML_HTMLorMML">
</script>
</head>
<body>
<p>При  $(a \neq 0)$  получается два корня уравнения  $(ax^2 + bx + c = 0)$ ,
для нахождения которых используют формулу

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

</p>
</body>
```

Библиотека MathJax

При $a \neq 0$ получается два корня уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, для нахождения которых используют формулу

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Пример

```
<head>
```

```
  <meta charset="utf-8">
```

```
  <title>MathJax</title>
```

```
  <script
```

```
src="mathjax/MathJax.js?config=TeX-AMS-MML_HTMLorMML">
```

```
  </script>
```

```
</head>
```

```
<body>
```

Рассмотрим систему линейных алгебраических уравнений вида

```
$$
```

```
\left \{ \begin{aligned} & a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = b_1 , \\
```

```
& a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = b_2 , \\
```

```
& \dots \\
```

```
& a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n = b_n \end{aligned} \right. .
```

```
$$
```

```
</body>
```

```
</html>
```


Рассмотрим систему линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Использования сервиса Google

- <https://google-developers.appspot.com/chart/infographics/docs/formulas>

Ссылка на изображение

<http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=формула>

Пример использования сервиса Google

```
<html>
```

```
<head>
```

```
<meta charset="utf-8">
```

```
<title>Формулы с помощью сервиса Google</title>
```

```
</head>
```

```
<body>
```

Решение системы линейных алгебраических уравнений методом градиента

 будем проводить с помощью итерационной формулы

```

```

```
</html>
```

Решение системы линейных алгебраических уравнений методом градиента
будем проводить с помощью итерационной формулы $x^{p+1} = x^p - \mu \cdot A^T \cdot r_p$

Программное обеспечение для формирования графиков

- Использование Canvas – растрового холста HTML5;
- Использование онлайн-ового физико-математического пакета ГРАФ <http://physics.nad.ru/graph.html> ;
- http://physics.nad.ru/graph.html#Графики_функций;
- ``;
- `
```

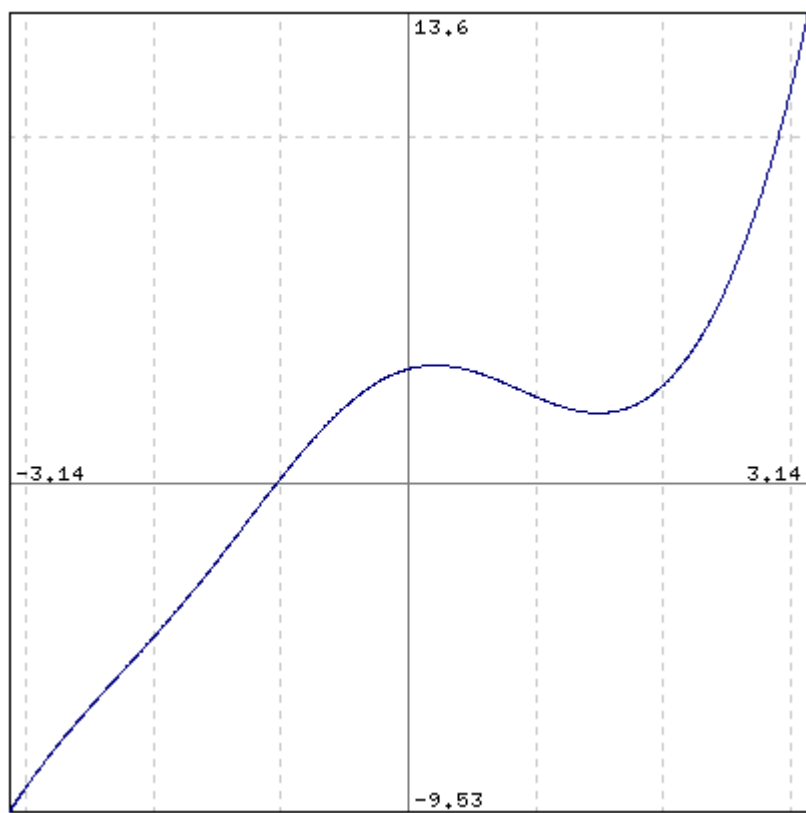
```
<body>
```

```

```

```
</body>
```

```
</html>
```



# Пакет ГРАФ

```
<html>
```

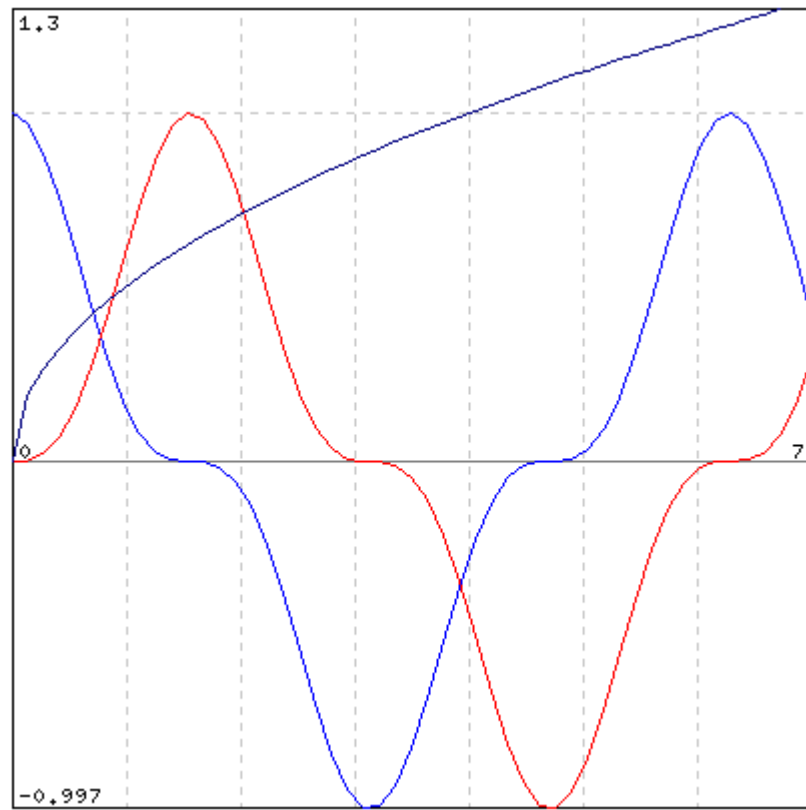
```
<body>
```

```

```

```
</body>
```

```
</html>
```





# Заключение

Тема «Разработка математических сайтов» будет включена в спецкурс «Современные Интернет-технологии» для магистров специальности «Прикладная математика и информатика» ВятГУ, начиная с весеннего семестра 2014-15 уч. года.

Рассмотренные методики будут использованы в курсе «Интернет-технологии» для бакалавров.

Спасибо за внимание.

Готов ответить на Ваши вопросы.